

Ниже приведены краткие решения задач и приведена часть комментариев к задачам, данных на олимпиаде. Мы приводим некоторые из возможных решений и не отрицаем существование других.

Задача 1. Ёжик неделю снимал игрушки с новогодней ёлки. В понедельник он снял 1 игрушку, а дальше каждый день снимал столько игрушек, сколько уже снял за все предыдущие дни. В воскресенье он снял последние игрушки. Сколько игрушек было на ёлке? (Е.Криволицкая, В.Иванов)

Ответ. 64 игрушки было на ёлке.

Решение. В понедельник ёжик снял 1 игрушку, во вторник – 1, в среду – 2, в четверг – 4, в пятницу – 8, в субботу – 16, в воскресенье – 32. То есть всего он снял 64 игрушки.

Задача 2. Удав (У), Мартышка (М), Слононок (С) и Попугай (П) затеяли взвешиваться. Мартышка записала: Удав = 48 П, Слононок = 12 М, Мартышка = 3 П, Удав = 4 М, Слононок = 36 П. Позже оказалось, что Мартышка все числа перепутала – то есть числа действительно были такие, но все стояли на других местах (но все буквы записаны верно). Сколько Попугаев на самом деле весят Удав, Слононок и Мартышка? (Е. Иванова)

Ответ. Удав = 36 Попугаев, Слононок = 48 Попугаев, Мартышка = 12 Попугаев.

Решение. Поскольку все веса выражаются через Попугаев, то Попугай – самый легкий. Далее, поскольку есть запись Удав = ... М, Слононок = ... М и все числа больше 1, то Мартышка легче Удава и Слононка. Вес Удава и Слононка измерен дважды – в Попугаях и Мартышках. Но, как бы не измеряли, отношения весов должно быть одно и то же. Выпишем, имеющиеся числа: 48, 36, 12, 4, 3. Заметим, что есть две пары с одинаковым отношением – это (48, 36) и (4, 3) или (48, 4) и (36, 3). Но в любом случае $M=12P$. И тогда второй вариант не подходит, так как тогда Удав или Слононок весит 3П и, значит, он легче Мартышки, что не так. Поэтому Удав = 48П, Слононок=36П или наоборот. Но первый вариант не подходит, так как по условию все числа Мартышка поставила на другие места.

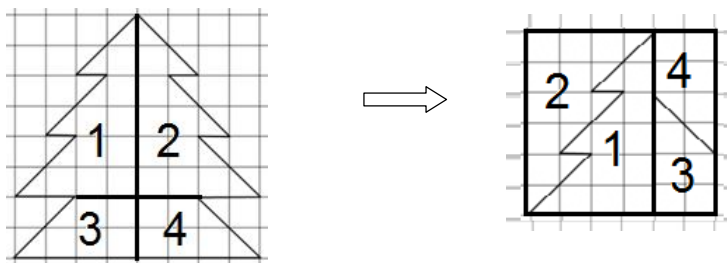
Задача 3. Расположите все цифры от 0 до 9 в клеточки так, чтобы получилось верное

равенство: $\square\square + \square \cdot \square - \square\square : \square = \square\square\square$ (Е. Иванова)

Ответ. Например, $84 + 5 \cdot 9 - 63 : 7 = 120$ или $97 + 5 \cdot 8 - 42 : 6 = 130$.

Задача 4. На клетчатой бумаге нарисована ёлочка. Разрежьте ее на 4 части и сложите из них квадрат. (Н.Авилоев)

Ответ. Возможный вариант приведен на рисунке.



Задача 5. Школьникам выдали по 4 карточки. На каждой карточке был написан слог ПА, или НА, или МА. Оказалось, что 13 ребят из своих карточек могут сложить слово МАМА, 15 детей – слово ПАПА и 17 школьников могут сложить слово НАНА. При этом слово ПАНАМА могут сложить 45 учеников. Сколько всего было школьников? (Н.Михайловский)

Ответ. 45 школьников.

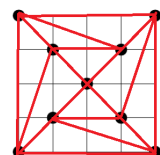
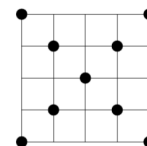
Решение. Те дети, которые могут сложить ПАНАМА, используют для этого 3 карточки, оставшаяся 4-я карточка совпадает с одной из трех карточек, использованных для слова ПАНАМА. Поэтому тот, кто может сложить ПАНАМА, может еще сложить слово МАМА, или ПАПА, или НАНА. Но $45 = 13 + 15 + 17$. При этом у любого ребенка есть хотя бы 2 одинаковых карточки, то есть он может сложить слово МАМА, или ПАПА, или НАНА; поэтому у всех школьников есть три различные карточки, все они могут сложить слово ПАНАМА, то есть школьников 45.

Задача 6. Из квадратных карточек выложили прямоугольник (на рисунке пример прямоугольника из 6 карточек). Потом одну его сторону уменьшили в 2 раза, а другую в 3. При этом освободилось 65 карточек. Сколько квадратов со стороной 4 карточки можно было выделить из исходного прямоугольника, не перекладывая карточки? (на рисунке можно выделить 2 квадрата со стороной 2 карточки) (А.Порецкий)

Ответ. Ни одного.

Решение. Заметим, что в результате описанных действий площадь прямоугольника уменьшилась в 6 раз. Возможные случаи нарисованы на рисунках (закрашенный прямоугольник – тот, что получился). Таким образом площадь оставшегося прямоугольника = $65:5 = 13$ карточек. Но из 13 карточек можно составить только один прямоугольник размером 1x13 карточек. Значит, изначальный прямоугольник был размером 2x39 карточек или 3x26 карточек. В обоих случаях одна из сторон меньше 4 карточек и ни один квадрат со стороной 4 карточки выделить нельзя.

Задача 7. В королевстве Полной Луны 9 городов расположены, как на рисунке. Король хочет построить между некоторыми городами прямые дороги так, чтобы из каждого города выходило ровно 4 дороги. Как это можно сделать? (Д.Калинин, из турниров Kostroma-open)



Комментарий в аудиториях: Сетка нарисована для удобства, это не дороги.

Ответ. Возможный вариант изображен на рисунке.

Задача 8. Если бутявка скажет правду, то она окрашивается в зелёный цвет. А если солжёт – окрашивается в красный. Однажды две такие бутявки встретились. Первая сказала: «Мы обе красные». А потом вторая сказала: «Вот если бы мы промолчали, мы бы сейчас обе были красными». Одного ли цвета бутявки после этой фразы? (В. Иванов)

Комментарий в аудиториях: Если бутявка была красной и солгала, она останется красной. Если была зеленой и сказала правду, то останется зеленой.

Ответ. Одного.

Решение. Фраза второй бутявки означает «Изначально мы обе были красными». Таким образом обе бутявки говорят об одном и том же. Поэтому эти фразы либо обе ложны (и тогда бутявки обе станут красными), либо обе истинны (и тогда обе бутявки станут зелёными).